

Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC  
Centro Sócio-Econômico - CSE  
Departamento de Economia e Relações Internacionais - CNM

**LUCAS EDUARDO VIEIRA MARTINS**

Modelos de Volatilidade: Um Estudo Comparativo

**FLORIANÓPOLIS**

**2016**

**LUCAS EDUARDO VIEIRA MARTINS**

**Modelos de Volatilidade: Um Estudo Comparativo**

Monografia apresentada ao Curso de Ciências  
Econômicas Da Universidade Federal de Santa  
Catarina como requisito parcial para obtenção do  
grau Bacharel em Ciências Econômicas

**Orientador: André Alves Portela Santos**

**FLORIANÓPOLIS**

**2016**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM CIÊNCIAS ECONÔMICA**

A Banca Examinadora resolveu atribuir a nota 9,0 ao aluno Lucas Eduardo Vieira Martins na disciplina CNM 7107 – Monografia, pela apresentação deste trabalho.

Banca Examinadora:

---

Prof. Dr. André Alves Portela Santos  
Orientador

---

Prof. Dr. Guilherme Valle Moura  
Membro da Banca

---

Prof. Elder Mauricio Silva  
Membro da Banca

## **AGRADECIMENTOS**

Dedico este trabalho igualmente à minha avó materna Sebastiana Vieira e à minha mãe Dorlete Vieira, do qual me auxiliaram em todas as etapas de minha vida. Minha mãe que até mesmo no rigor de sua criação, me concedeu a liberdade de escolhas, de forma que o aprendizado veio não somente pelos comuns conselhos, mas também com diversas tentativas e erros diferentes. Minha avó que mesmo já tendo criado todos seus sete filhos, ainda auxiliou minha mãe em minha criação como, praticamente, um oitavo filho, em uma sutil mistura de relação mãe-filho e vó-neto.

Ao meu pai Orlando Martins, que mesmo que distante de mim, ensinou o verdadeiro significado de respeito e suor do trabalho, ensinou que a vida não é fácil, e apenas com a coragem somos capazes de alcançar o sucesso. Aos meus irmãos Orlando, Vitória, Leandro e Luís Artur, que, cada um ao seu modo, ajudaram a moldar minha personalidade.

Ao meu orientador, Prof. André Alves Portela, agradeço pela confiança depositada em mim e no meu trabalho. Mesmo com outras atribuições, me auxiliou quando requisitado. Agradeço também à todo o departamento de economia e coordenação, que foram pacientes comigo durante esta longa jornada, principalmente ao Rafael Lima e à Marilucia Vicente.

Por fim, mas não menos importante, agradeço à minha companheira e melhor amiga Nicolý Mafra, que foi quem mais me incentivou à conclusão deste trabalho. Que nos momentos de decepção e dúvida serviu de fundação para meus sentimentos e foi uma verdadeira fonte de energias para concluir este trabalho sem perder o equilíbrio na corda bamba da vida.

“Oft him Anhaga are gebideð,  
metudes miltse, þeah þe he modcearig geond  
lagulade longe sceolde hreran mid hondum  
hrimcealde sæ wadan wræclastas.  
Wyrð bið ful aræd!”  
(The Wanderer)

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo a comparação entre os modelos mais conhecidos de volatilidade condicional (EWMA, GARCH, EGARCH e GJR-GARCH), utilizando os dados do mercado de câmbio, índice Bovespa e índice de soja do Paraná (ESALQ/CEPEA). Estas três séries são de grande importância para o país pois conseguem balizar a situação econômica e política da qual estamos passando. O período analisado consiste entre 04/01/2010 até 31/05/2016, do qual consta o período pós-crise de 2009 e a crise política brasileira que teve seu auge no período do segundo semestre de 2015. Foi utilizada a metodologia valor em risco paramétrico de forma a descrever a eficiência empírica dos modelos a partir da quantidade de violações em relação ao valor crítico. A conclusão observada neste trabalho, é que todos os modelos possuem capacidade de serem utilizados pela metodologia valor em risco, dado que, em todos os casos foram observados violações inferiores ao limite proposto de 5% das observações totais para cada série, apesar de que em determinados casos não existe a necessidade de implementação de um modelo não tão complexo quanto àqueles que capturam assimetria.

**Palavras-chave:** EWMA, GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, Volatilidade, Modelagem, Alavancagem, Valor em Risco, Incerteza

## ABSTRACT

This paper aims the comparison between the most common models of conditional volatility (EWMA, GARCH, EGARCH and GJR-GARCH), using the market data of exchange rate, Bovespa index and soybeans index from Paraná (ESALQ/CEPEA). This three series are from huge importance in the country, due to their capability to mark up the economic and political situation that we are experiencing. The analyzed term are from 01/04/2010 to 05/31/2016, which contains the post-crisis period from 2009 and the brazilian political crisis that had its peak in the second half of 2015. It was used the methodology of parametric value at risk in order to describe the empirical efficiency of the models from the number of violations in relation to the critical value. The conclusion observed in this paper is that all the models have the capacity to be used by the methodology value at risk, since in all cases, lower violations were observed in relation to the proposed limit of 5% of the total observations for each series, although in some cases there is no need to implement a model not as complex as those that capture asymmetry.

**Keywords:** EWMA, GARCH, EGARCH, GJR-GARCH, Volatility, Modeling, Leverage, Value at Risk, Uncertainly

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura 1</b> Probabilidade associada aos retornos e ao VaR. ....	24
<b>Figura 2</b> Câmbio R\$/US\$ em nível.....	27
<b>Figura 3</b> Retornos do Câmbio R\$/US\$.....	27
<b>Figura 4</b> Índice Bovespa em nível.....	28
<b>Figura 5</b> Retornos do Índice Bovespa.....	28
<b>Figura 6</b> Índice da Soja do Paraná (CEPEA/ESALQ) .....	28
<b>Figura 7</b> Retornos do Índice da Soja do Paraná (CEPEA/ESALQ).....	28
<b>Figura 8</b> Histograma dos retornos das séries de Câmbio, Ibovespa e Soja, respectivamente. ....	29
<b>Figura 9</b> Retornos ao Quadrado das séries de câmbio, Ibovespa e Soja do Paraná, respectivamente. ....	30
<b>Figura 10</b> FAC e FACP para os Retornos ao Quadrado da Taxa de Câmbio. ....	31
<b>Figura 11</b> FAC e FACP para os Retornos ao Quadrado do Índice Bovespa. ....	31
<b>Figura 12</b> FAC e FACP para os Retornos ao Quadrado do Índice da Soja do Paraná. ....	32
<b>Figura 13</b> Desvio Padrão Condicional para os modelos estimados da Taxa de Câmbio .....	36
<b>Figura 14</b> Desvio Padrão Condicional para os modelos estimados do índice Bovespa .....	36
<b>Figura 15</b> Desvio Padrão Condicional para os modelos estimados do índice de soja .....	37
<b>Figura 16</b> Violações para os Retornos da Taxa de Câmbio Diária .....	40
<b>Figura 17</b> Violações para os Retornos do Índice Bovespa Diário .....	41
<b>Figura 18</b> Violações para os Retornos do Índice de Soja do Paraná Diário. ....	42



## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> Estatística Descrita dos Retornos de: Taxa de Câmbio, Índice Bovespa e Índice de Soja do Paraná (CEPEA/ESALQ).....	29
<b>Tabela 2</b> Testes de Estacionariedade dos retornos do Câmbio, Ibovespa e Soja do Paraná.....	30
<b>Tabela 3</b> Resultado da Estimação da Volatilidade do Retorno para a Taxa de Câmbio .....	33
<b>Tabela 4</b> Resultado da Estimação da Volatilidade do Retorno para o Índice Bovespa.....	34
<b>Tabela 5</b> Resultado da Estimação da Volatilidade do Retorno para o Índice de soja do Paraná .....	35
<b>Tabela 6</b> Valor em Risco para Modelos de Retorno da Taxa de Câmbio Diária.....	38
<b>Tabela 7</b> Valor em Risco para Modelos de Retorno do Índice Bovespa Diário.....	38
<b>Tabela 8</b> Valor em Risco para Modelos de Retorno do Índice de Soja do Paraná Diário. ....	39

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>11</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>14</b>
<b>2.1 MERCADO DE CAPITAIS .....</b>	<b>14</b>
<b>2.2 RISCO .....</b>	<b>15</b>
<b>2.3 MODELOS DE VOLATILIDADE .....</b>	<b>15</b>
<b>2.4 MODELOS DE VOLATILIDADE CONDICIONAL .....</b>	<b>17</b>
<b>2.4.1 MODELO EWMA (<i>Exponentially Weighted Moving Average</i>) .....</b>	<b>17</b>
<b>2.4.2 MODELO ARCH (<i>Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>) .....</b>	<b>18</b>
<b>2.4.3 MODELO GARCH (<i>General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>) .....</b>	<b>19</b>
<b>2.4.4 MODELO EGARCH (<i>Exponential General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>) .....</b>	<b>20</b>
<b>2.4.5 MODELO GJR-GARCH (<i>Glosten, Jagannathan and Runkle General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity</i>) .....</b>	<b>21</b>
<b>2.6 APLICAÇÕES DE MODELOS DE VOLATILIDADE NO CÁLCULO DE RISCO DE MERCADO ATRAVÉS DA METODOLOGIA VAR (VALUE AT RISK) .....</b>	<b>22</b>
<b>3 METODOLOGIA .....</b>	<b>26</b>
<b>3.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS .....</b>	<b>27</b>
<b>3.2 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS DE VOLATILIDADE .....</b>	<b>32</b>
<b>3.3 BACKTEST PARA O VALOR EM RISCO DOS MODELOS DE VOLATILIDADE .....</b>	<b>37</b>
<b>4 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>43</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>45</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Desde o surgimento do mercado financeiro, foram desenvolvidas diversas formas e instrumentos que tentam acompanhar os movimentos dos preços dos ativos na data de hoje ( $t$ ), em relação à uma data no futuro ( $t+1$ ). Para tanto, no decorrer das décadas desenvolveu-se diversos modelos econométricos que buscavam uma predição do comportamento dos ativos a partir do risco do mesmo.

A mensuração correta do nível de risco de determinado ativo pode ser impactante para agentes econômicos que escolham investir sua riqueza em ativos financeiros. Ao tomar qualquer decisão de investimento, além dos valores a serem investidos, deve-se ter em mente os prazos de investimento, os níveis de retorno do qual o agente está disposto a receber, os níveis de risco que ele está disposto a correr e as diferentes combinações de risco e retorno que as alternativas disponíveis de investimento oferecem (MARQUES, 2006).

A relação de risco-retorno é vista por muitos investidores como sendo um dos pilares do mercado financeiro, por conta disto, definiu-se como sendo de extrema importância a correta mensuração de ambos parâmetros. Do ponto de vista prático, os investidores podem escolher entre diferentes riscos de investimento que geram diferentes rentabilidades, todavia, é claro que, dado um determinado nível aceitável de risco por parte do investidor, procura-se maximizar o seu grau de rentabilidade esperada. Para Bodie *et al.* (2000) as fontes de risco em investimentos são advindas de flutuações macroeconômicas que acarretam em mudanças dentro de setores da economia, de desenvolvimentos inesperados de um ativo em particular.

A maneira mais simples para se encontrar a volatilidade é a partir da volatilidade histórica, dada pelo cálculo do desvio padrão dos retornos de uma dada amostra imediatamente anterior ao que estamos analisando (Bodie *et al.* 2000), permitindo determinar qual o desvio em relação à média das observações anteriores da amostra. O desvio padrão é definido como sendo uma medida estatística obtida para uma distribuição dos valores observados que configuram uma curva de padrão normal, podendo fornecer a probabilidade de ocorrência de um dado valor dentro do intervalo (HAIR *et al.* 2006). O lado negativo da volatilidade histórica reside justamente no fato de que o valor histórico da variância não necessariamente prevalece no futuro. Logo, se em períodos posteriores forem encontrados muitos momentos de

incerteza e risco, a variância condicional pode apresentar muitas alterações em pequenos períodos.

Outro tipo de técnica que pode ser utilizada é a volatilidade implícita, que se refere ao cálculo da volatilidade a partir da igualdade entre o preço teórico e o preço real de uma opção. Na existência de um mercado perfeitamente eficiente, haverá dentro de si toda a informação do qual o mercado necessita para prever a volatilidade futura desta determinada ação.

Devido a dificuldade dos modelos lineares em modelar a volatilidade dos ativos, passou-se a utilizar modelos não lineares que buscavam modelar essas séries a partir de momentos condicionais de ordem maior que um, antes vistas apenas como perturbações aleatórias. Esses tais modelos não lineares possuem classificações paramétricas e não paramétricas, ainda dentro da classe dos modelos paramétricos temos os modelos que utilizam volatilidade determinística.

Os modelos determinísticos assumem que as variações nos retornos são conhecidas pelos participantes do mercado, como por exemplo, o nível de preços. Dentro da classe de modelos com volatilidade determinística podemos assumir que a distribuição seja normal ou não-normal, sendo extremamente útil no caso de séries financeiras, do qual, empiricamente não possuem distribuição normal. Do lado dos modelos determinístico temos os modelos da família ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*), introduzido inicialmente por Engle (1982), além de sua mais conhecida variação, o GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*), apresentado por Bollerslev (1986), além disso, podemos contar com alguma variações do GARCH, que introduzem novos parâmetros e são ideais para capturar o efeito *leverage*, sendo eles o EGARCH e o GJR-GARCH.

Visto a disponibilidade de instrumentos computacionais que permitem a simulação da variância condicional e não condicional, e ainda dos retornos dos ativos e sua possível precisão de especificação objetiva-se selecionar o melhor método de modelagem que possibilite minimizar o erro de estimação e até mesmo prever possíveis movimentos advindos do modelo. A abordagem de *backtest* que será explorada neste trabalho, tem em vista testar, dado nível de confiança, o poder de previsibilidade e estimação de cada modelo. O problema de estimação da volatilidade é fator recorrente dentro do mercado financeiro, visto que influencia diretamente a formação de uma carteira de ativos, e até mesmo julga como apropriado ou inapropriado determinada aplicação. Instituições financeira que fazem melhor previsão da

variância dentro do seu universo de possibilidades tendem à fazer melhores escolhas e tornam-se mais rentáveis no longo prazo.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1 MERCADO DE CAPITAIS

De acordo com PINHEIRO (2009, p. 174)

“O mercado de capitais pode ser definido como um conjunto de instituições e de instrumentos que negociam com títulos e valores mobiliários, objetivando a canalização dos recursos dos agentes compradores para os agentes vendedores. Ou seja, o mercado de capitais representa um sistema de distribuição de valores mobiliários que tem o propósito de viabilizar a capitalização das empresas e dar liquidez aos títulos emitidos por elas.”

Em suma, o mercado de capitais abrange as bolsas de valores, sociedades corretoras e diversificadas instituições financeiras, sendo ele utilizado com o objetivo de capitalizar recursos dos indivíduos poupadores, e direcioná-los à agentes que tenham necessidade de investimentos ou até mesmo de capital de giro. Pode-se dizer, que o surgimento do mercado de capitais se deu pela baixa capacidade do mercado de crédito de suprir as necessidades empresariais, e dando oportunidade à formação do que conhecemos hoje em dia por mercado de capitais. Para ASSAF NETO (2011, p. 74)

“O mercado de capitais assume papel dos mais relevantes no processo de desenvolvimento econômico. É o grande municiador de recursos permanentes para a economia, em virtude da ligação que efetua entre os que têm capacidade de poupança, ou seja, os investidores, e aqueles carentes de recursos de longo prazo, ou seja, que apresentam déficit de investimento”.

O mercado de capitais possui duas divisões, sendo que, de acordo com FORTUNA (1997, p. 307) o mercado primário é aquele em que a própria empresa emite ações ou debêntures, que são ofertadas através de um banco. Utilizando desses recursos a partir de uma abertura de capital, e emissão de títulos e debêntures. Em relação ao mercado secundário, ressalta-se sua característica de sucessivas transferências de titularidade das ações/títulos entre os investidores, trazendo à tona o valor de mercado das empresas e garantindo a liquidez dos ativos negociados.

## 2.2 RISCO

Podemos definir risco como a existência da possibilidade de ocorrência de pelo menos dois resultados dentro de dado evento (BODIE, KANE, MARCUS, 1999), ou seja, sempre que houver incerteza sobre um determinado resultado, existirá algum tipo de risco. Já para Duarte (1996) o risco é qualquer medida numérica da incerteza associada a um evento. Trazendo ao âmbito financeiro, pode-se definir risco uma a volatilidade, ou como o grau de incerteza de retornos futuros (JP MORGAN, 1996).

Na própria Teoria Moderna das Carteiras, H.M. Markowitz (1959) baseia sua teoria no conceito de risco e retorno no âmbito de um portfólio de ativos. Porém o risco pode ser definido de diversas formas, e suas classificações dependem em suma da sua origem, ou assim dizendo, o seu fato gerador. Segundo Duarte (1996) risco é um conceito “multidimensional” que cobre quatro grandes grupos:

- Risco de mercado: O risco de mercado é formado a partir de variações no preço dos ativos financeiros que naturalmente ocorrem em decorrência de mudanças do mercado. O risco de mercado pode ser encontrado no preço de ações, *commodities*, taxas de câmbio e taxas de juros.
- Risco operacional: O risco operacional advém de possíveis falhas humanas ou de gerenciamento, assim como defeitos dentro de um sistema.
- Risco de crédito: O risco de crédito diz respeito à recursos do qual um dos contratantes não honra seus compromissos, fazendo com que os recursos não sejam recebidos como deveriam.
- Risco legal: O risco legal está relacionado à perdas decorrentes de um contrato ilegal, seja ele qual for o motivo.

## 2.3 MODELOS DE VOLATILIDADE

A maneira mais simples de realizar a medição da volatilidade de um ativo é através da estimação do desvio padrão de seus retornos durante um período que seja anterior àquele que

gostaria de se prever a volatilidade. A volatilidade, quando medida pelo desvio padrão ( $\sigma$ ) é definida pela fórmula

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \bar{y})^2}{n}}, \quad (1)$$

sendo que  $y_t$  representa o retorno do ativo no período  $t$ ,  $\bar{y}$  denota a média dos retornos e  $n$  o número de observações. Dado que calculemos o desvio padrão a partir de retornos diários, se faz impossível a utilização deste valor de desvio padrão em diferentes frequências de dados sendo necessário uma transformação a partir da multiplicação do desvio padrão diário pela raiz quadrada do número de observações.

Visto que esta metodologia de cálculo dá pesos iguais para todas as observações, é notável a falta de realce quanto às observações de dados mais recentes ao se calcular o valor da volatilidade histórica. Uma vez que estamos tentando determinar a volatilidade em  $t+1$  fica evidente que quanto mais recente for os dados, maior o grau de importância ao valor da volatilidade, porém, quanto maior a quantidade de observações melhor a qualidade da estimação. Podemos caracterizar estas duas regras como um *trade-off* visto que dados muito antigos podem distorcer a qualidade da informação, em contrapartida, ignorar dados antigos pode ser comparável à ignorar importantes informações históricas.

Exatamente por este motivo diversos autores propuseram diferentes métodos afim de auxiliar na estimação da volatilidade histórica. Parkinson (1980) sugere um método que procura aumentar o volume de informação a partir da consideração da oscilação do preço dos ativos dentro de um mesmo dia, assim obtendo maior quantidade de informações e melhorando a estimativa. Já Garman e Klass (1988) consideram adicionar ao método de Parkinson (1980) as informações relativas às cotações do fechamento diário do ativo. No mesmo ano Evnine (1988) afirma que ao se introduzir os valores extremos dentro do método de Garman e Klass (1988) aumenta-se a eficiência da previsão da volatilidade em cerca de cinco vezes, baseado no fato de que os valores extremos das séries possuem informações significativas que podem ser utilizadas.

Como alternativa para eliminar algumas limitações do desvio padrão histórico, definiu-se o *Método de Suavização Exponencial*, no qual utiliza-se um termo autorregressivo que se aproxima ao desvio padrão histórico e um segundo termo representado pela rentabilidade no



momento histórico imediatamente anterior  $y_{t-1}$  do qual o valor ao quadrado, devidamente ponderado acaba por reduzir os choques aleatórios que comumente encontram-se nas séries temporais de origem financeira.

O ponto negativo da volatilidade histórica é as séries podem não se repetir, de forma que os valores históricos não representam a previsão da série para o futuro. Todavia a volatilidade histórica pode contribuir na formação de expectativas quanto ao futuro da série.

## 2.4 MODELOS DE VOLATILIDADE CONDICIONAL

Partindo do pressuposto que muitas séries temporais financeiras possuem volatilidade que variam no decorrer do tempo, certos modelos econométricos não são capazes de explicar a variabilidade da mesma, por normalmente tratá-la como constante, como exemplo os modelos ARIMA<sup>1</sup>. Engle (1982) propõe um modelo que possibilita a modelagem da variância de uma série, da qual a mesma decorre de uma função dos retornos passados.

### 2.4.1 MODELO EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*)

O modelo Exponentially Weighted Moving Average (EWMA), ou médias móveis exponencialmente ponderadas, utiliza o método de suavização exponencial do qual vem de encontro com a consideração dos valores mais recentes da série de dados como mais significativos em função do futuro. O modelo foi bastante disseminado principalmente por ser a metodologia utilizada para estimar volatilidade e correlações constante no documento Risk Metrics do J.P. Morgan (1994), fazendo do mesmo o principal instrumento utilizado para este fim no mercado financeiro durante muitos anos. De acordo com Esteves (2003), os modelos de alisamento exponencial são muito utilizados para previsões de séries temporais, devido à sua simplicidade, facilidade de implementação computacional e bons resultado. O modelo EWMA assume um processo gerador de retornos, do qual

---

<sup>1</sup> Ver BOX e JENKINS (1976).

$$y_t = \mu + \varepsilon_t \sigma_t \quad \varepsilon_t \sim N(0,1), \quad (2)$$

em que,  $\mu$  é a média incondicional do processo e  $\sigma_t^2$  é uma medida da variância condicional de  $y_t$ . Makridakis et al (1998, p. 147) define o modelo EWMA como simplesmente a soma da previsão antiga com ajuste para o erro ocorrido na última previsão, onde a variância pode ser definida como

$$\sigma_t^2 = \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) y_{t-1}^2, \quad (3)$$

sendo  $\lambda$  o fator de decaimento, (onde  $0 < \lambda < 1$ ),  $\sigma_t^2$  denota a variância no período  $t$  e  $y$  o retorno de um determinado ativo. Nesta equação temos dois diferentes termos: o primeiro sendo um termo autorregressivo que expressa a dependência temporal da variância dos retornos e o segundo termo representa a contribuição da observação mais recente para a variância estimada. Uma das características do modelo é que quanto maior o valor que  $\lambda$  apresentar maior será a persistência da volatilidade, ou seja, dependendo do fator de decaimento presente na expressão, a memória de curto prazo da volatilidade se altera, e segundo Kimura et al (2008, p.192-194) a ideia do modelo é justamente identificar o  $\lambda$  que melhor modele a memória de curto prazo do ativo ou mercado como um todo.

#### **2.4.2 MODELO ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*)**

Engle (1982) propõe um modelo até então desconhecido na literatura em seu artigo “*Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of the variance of UK inflation*” do qual tinha por base a modelagem de um processo de heteroscedasticidade condicional. Este modelo pretende captar a evolução da variância  $\sigma^2$ , a partir da variação do quadrado da volatilidade como uma média móvel das observações passadas da série. Engel (2004) afirmou que este modelo teve surgimento devido a necessidade de descobrir um modelo que permitisse validar o que Friedman (1977) afirmou, que não era possível prever que a inflação advinha dos ciclos econômicos e que esta incerteza afeta o comportamento dos próprios investidores.

Considere  $\varepsilon_t$  sendo o termo de erro do retorno de um ativo, então identificamos sua variância condicional (volatilidade)  $h_t$  no instante  $t$  a partir de um modelo ARCH( $q$ ) (ordem  $q$ ) como sendo

$$\varepsilon_t/\Psi_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad (4)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} u_t, \quad (5)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2, \quad (6)$$

sendo que  $u_t$  se dá por uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (*i.i.d*) com média zero e variância igual à um. Onde, para garantir a positividade de  $h_t$  deve-se respeitar que  $\alpha_0 > 0$  e que  $\alpha_i > 0$  para  $i = 1, \dots, p$ . Por conta desta estrutura,  $h_t$  será garantidamente maior que zero, logo, não faz diferença se os movimentos são positivos ou negativos, visto que  $\varepsilon_t$  estão elevados ao quadrado no lado direito da equação, logo, grandes choques tendem a ser seguidos por outro grande choque, como um efeito “bola de neve”.

#### 2.4.3 MODELO GARCH (*General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*)

Os modelos GARCH, se tratam de uma generalização do ARCH, proposta por Bollerslev (1986) em sua publicação no Journal of Econometrics: Generalised autoregressive conditional heteroskedasticity. Segundo Tsay (2005) uma das desvantagens do modelo ARCH que é suprida pela sua extensão, ARCH generalizado (GARCH), é a necessidade de muitos parâmetros para descrever adequadamente a evolução da volatilidade. Neste modelo consideramos que a variância condicionada do processo de erro está relacionada, não apenas com os quadrados dos valores passados da série (e.g.  $\varepsilon_{t-i}^2$ ), mas também com as próprias variâncias condicionadas passadas (e.g.  $h_{t-i}$ ), logo, temos que um modelo GARCH( $p, q$ ) é formulado por

$$\varepsilon_t/\Psi_{t-1} \sim N(0, h_t), \quad (7)$$

$$\varepsilon_t = \sqrt{h_t} u_t, \quad (8)$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2 + \beta_1 h_{t-1} + \dots + \beta_q h_{t-q} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}, \quad (9)$$

sendo que, novamente,  $u_t$  se dá por uma sequência de variáveis aleatórias independentes e identicamente distribuídas (*i.i.d*) com média zero e variância igual à um. Porém, agora, para se garantir a positividade da variância condicional ( $h_t$ ), deve-se ter que  $\alpha_0 > 0$ ,  $\alpha_i \geq 0$ , ( $i = 1, \dots, p$ ),  $\beta_j \geq 0$ , ( $j = 1, \dots, q$ ) e que  $\sum_m^{\max(p,q)} (\alpha_m \beta_m) < 1$ , sendo que esta última já é o suficiente para garantir que a variância condicional seja estacionária e finita. Caso  $p = 0$ , o modelo se reduz à um ARCH( $p$ ), e se  $p = q = 0$ , então  $\varepsilon_t$  será um ruído branco, visto que todo impacto da equação será praticamente causado pela variável  $u_t$ , conforme equação (2.5). Já para que a covariância do modelo seja estacionária, será requerido que  $\sum_{i=1}^p \alpha_i \sum_{j=1}^q \beta_j < 1$ . De acordo com Alexander (2005), raramente faz-se uso de um modelo maior que GARCH(1,1), do qual usa-se apenas um único erro ao quadrado defasado e um termo autorregressivo, sendo este modelo muito utilizado para modelagem de séries financeiras. O modelo ficaria

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}, \text{ sendo que } \alpha_1 \geq 0, \beta_1 < 1 \text{ e } \alpha_1 + \beta_1 < 1. \quad (10)$$

#### **2.4.4 MODELO EGARCH (*Exponential General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*)**

Em determinadas séries de dados, pode-se observar que o aumento da volatilidade e a redução possuem diferentes graus de mudanças causadas por fatores estocásticos ao modelo. Por esse motivo, a simples implementação de um GARCH( $p, q$ ) não é suficiente para descrever a assimetria causada pelo efeito alavancagem. Para TSAY (2000), essa abordagem permite que a volatilidade responda mais rapidamente aos retornos positivos, eliminando os efeitos de alavancagem. Proposto por Nelson (1991), é um modelo não-linear que poder ser definido como EGARCH( $p, q$ ) a partir de

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t / \Psi_{t-1} &\sim N(0, h_t), \\
\log(h_t) &= \omega + \sum_{i=1}^p \{\alpha_i (|z_{t-i}| - \mathbb{E}[|z_{t-i}|]) + \gamma_i z_{t-i}\} + \sum_{j=1}^q \beta_j \ln(\sigma_{t-j}^2), \\
\varepsilon_t &= R_t - x_t' b,
\end{aligned} \tag{11}$$

do qual, ao se incluir-se o parâmetro  $\varepsilon_{t-1}$  e o seu valor em absoluto, permite-se a captura da assimetria na variância condicional e nos retornos do mercado, derivada do efeito alavancagem, que pode, ou não, ser detectada pelo coeficiente  $\gamma$ . Caso  $\gamma < 0$  concluímos que existe a presença do efeito alavancagem, havendo impactos diferenciados entre choques negativos e positivos na volatilidade.

#### 2.4.5 MODELO GJR-GARCH (*Glosten, Jagannathan and Runkle General Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*)

O modelo GJR proposto por Glosten, Jagannathan e Runkle (1993) também é capaz de captar o efeito assimetria, assim como o modelo EGARCH, sendo um processo GJR-GARCH(p,q), podemos definí-lo como

$$\begin{aligned}
\varepsilon_t / \Psi_{t-1} &\sim N(0, h_t), \\
h_t &= \omega + \sum_{i=1}^p (\alpha_i + \gamma_i S_{t-i}^-) \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^2, \\
\varepsilon_t &= R_t - x_t b, \\
S_t^- &= \begin{cases} 1, & \varepsilon_t < 0 \\ 0, & \varepsilon_t \geq 0 \end{cases}
\end{aligned} \tag{12}$$

Ao contrario do modelo EGARCH, temos que, quando  $\gamma > 0$  existe o efeito *leverage*, porém, no caso do parâmetro  $\gamma = 0$  reduziremos nosso modelo à um simples GARCH.

## **2.6 APLICAÇÕES DE MODELOS DE VOLATILIDADE NO CÁLCULO DE RISCO DE MERCADO ATRAVÉS DA METODOLOGIA VAR (VALUE AT RISK)**

O valor em risco é utilizado para mensurar o risco de mercado, medindo a exposição de um portfólio ou único ativo dentro das variações máximas dos seus retornos. O valor em risco tem a característica de medir qual será a pior perda que dado ativo ou portfólio pode incorrer devido a eventos extremos, dado situações normais de mercado (J. P. MORGAN BANK, 1999).

As instituições financeiras, principalmente apenas a crise de 2008, tem adotado diversas medidas para reduzir o risco de suas operações, seja por métodos diferentes de avaliação de risco, ou regulações do mercado financeiro em si. O Comitê de Supervisão Bancária de Basileia<sup>2</sup>, recomenda a adoção de dois modelos para se medir o risco de mercado para dados diários. A primeira forma de mensuração do risco de mercado diz respeito à quantificar a perda máxima a partir de um grande conjunto de cenários dos movimentos dos fatores de risco ao longo de um dado horizonte de tempo. A segunda abordagem é conhecida como valor em risco de mercado (VaR) de um portfólio, a partir de uma ponderação dos cenários com probabilidades e avaliação do nível de perda para dada probabilidade que pode ser, ou não, excedida no determinado horizonte de tempo (ALEXANDER, 2005).

As exigências mínimas referentes ao capital de risco impostas pelo Acordo da Basiléia de 1988 são adotadas pelos países do G10 que por sua vez influenciou, basicamente, o mundo inteiro à adotar os mesmos princípios. As medidas adotadas durante o ano de 1988 serviram para unir os padrões de capital mínimo ao risco de crédito, porém, foi no ano de 1996, durante a Emenda do Acordo da Basiléia, que os padrões de capital mínimo foram estendidos ao risco de mercado. O modelo de capital de risco de mercado aconselhado pela Emenda de 1996 determina a perda máxima ao longo de dez dias de negociação com nível de confiança de 99%. É possível estimar o modelo apenas a partir de cenários, todavia, foi no modelo VaR que muitas empresas decidiram avaliar seu capital mínimo ao risco de mercado (ALEXANDER, 2005).

Levando em conta determinada probabilidade, o valor em risco (VaR) retornará qual será a perda de uma ativo para um intervalo de tempo determinado dentro de movimentos

---

<sup>2</sup> Basel Committee on Banking Supervision, localizado em Basileia, Suíça.

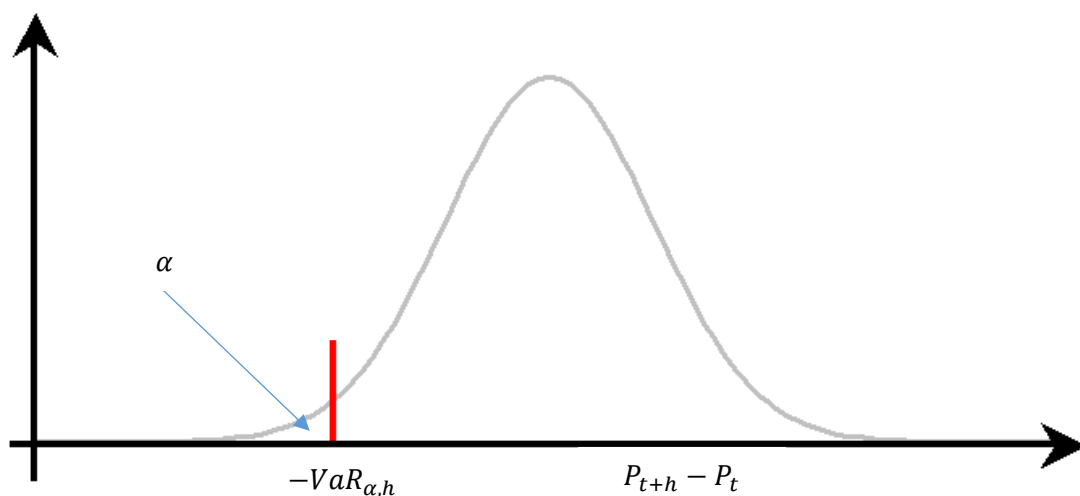
adversos do mercado. Pode-se definir o VaR ainda como sendo o percentil inferior da distribuição de retornos previstos dos fatores de risco de mercado dado determinado horizonte de risco. A rentabilidade de um ativo, ou portfólio, é dada por

$$\Delta_h P_t = P_{t+h} - P_t, \quad (13)$$

dado que  $\Delta_h P_t$  se trata das perdas teóricas de  $h$ -dias para frente, temos que as perdas são obtidas a partir de uma marcação a mercado de hoje, e uma manutenção da posição durante o horizonte de risco. O nível de significância do VaR determina a probabilidade que um dado nível de perda possa vir à ocorrer. Logo, em um VaR de 5%, se espera que seja excedido um dia em cada 20 dias. Matematicamente pode-se descrever que,

$$Prob(\Delta_h P_t < -VaR_{\alpha,h}) = \alpha, \quad (14)$$

sendo que,  $\alpha$  é o nível de significância do modelo VaR, e  $h$ , o horizonte de tempo para o período de análise posterior, a seguir, na Figura 1, se nota a presença de uma demarcação que representa o ponto crítico  $-VaR_{\alpha,h}$ . O que se encontra ao lado esquerdo da distribuição de probabilidade associada aos retornos representa a probabilidade do nível de significância  $\alpha$ . Já ao lado direito do ponto crítico temos a probabilidade do retorno não alcançar perdas extremas



**Figura 1** Probabilidade associada aos retornos e ao VaR.

FONTE: Elaboração Própria

O VaR paramétrico utiliza unicamente a variância dos retornos para dado ativo, em caso de modelagem univariada, utilizando-se ao menos um ano de dados históricos. A hipótese básica, é que os lucros e perdas do ativo possuem distribuição normal, logo, se  $\Delta_h P_t = P_{t+h} - P_t$  representa os retornos não realizados em  $h$ -dias, assumimos que

$$\Delta_h P_t \sim N(\mu_t, \sigma_t^2), \quad (15)$$

sendo que, em um horizonte de  $h$ -dias a  $100\alpha\%$  obtemos  $VaR_{\alpha,h}$  tal qual  $(\Delta_h P_t < -VaR_{\alpha,h})$ . Ao padronizar-se

$$Prob([\Delta_h P_t - \mu_t]/\sigma_t < [-VaR_{\alpha,h} - \mu_t]/\sigma_t) = \alpha, \quad (16)$$

considera-se que  $[\Delta_h P_t - \mu_t]/\sigma_t \sim N(0,1)$ , podendo simplificar a função considerando que  $Z_t = [\Delta_h P_t - \mu_t]/\sigma_t$ , sendo  $Z_t$  uma variável normal, logo,

$$Prob(Z_t < [-VaR_{\alpha,h} - \mu_t]/\sigma_t) = \alpha, \quad (17)$$

e por fim, igualando  $-Z_\alpha = [-VaR_{\alpha,h} - \mu_t]/\sigma_t$ , sendo que  $Z_\alpha$  é o percentil que corresponde à  $100\alpha$ -ésima da função de densidade normal padronizada. Logo, pode-se escrever a função de outra forma, simplificando-a e obtemos o VaR paramétrico,

$$VaR_{\alpha,h} = Z_\alpha \sigma_t - \mu_t. \quad (18)$$

É comumente associado que  $\mu_t = 0$  para riscos de curto prazo, logo, prefere-se utilizar o VaR em pequenos períodos. Já  $Z_\alpha$  é simplesmente uma constante dada pela tabela da distribuição normal padronizada (1,645 para  $\alpha = 0,05$  e 2,33 para quando  $\alpha = 0,01$ ). Por fim, a volatilidade de perdas,  $\sigma_t$  que determina o VaR do ativo, no caso univariado, e do portfólio, no caso de multivariado.



A simulação histórica do VaR paramétrico é extremamente popular dentro das instituições financeiras, ela faz uso dos dados históricos na construção de uma função de densidade empírica das perdas de uma ativo ou portfólio, conforme demonstrado na Figura 1. A função de densidade empírica de  $h$ -dias é construída a partir das diferenças  $\Delta P_t = P_{t+h} - P_t$ , independentemente do valor de  $t$ . Logo, o  $Var_{\alpha,h}$  de simulação histórica é o mais baixo percentil  $100\alpha$ -ésimo da distribuição. Ou seja, dado uma série de 1.000 observações, com a cauda inferior à 5%, teremos apenas 50 observações dentro deste percentil, e o VaR será constituído pelo valor mais elevado entre todos estes, enquanto que o VaR condicional será a média destes 50 valores.

### 3 METODOLOGIA

A partir de um método científico bem estruturado, é possível preparar o leitor quanto ao tratamento que deverá ser dado à pesquisa. O método científico utilizado na realização de uma pesquisa habilita o investigador a traçar o caminho a ser seguido para auferir resultado com maior segurança e economia quantitativo (LAKATOS; MARCONI, 1991, 270p). O seguinte trabalho pode ser classificado com um cunho quantitativo, visto que, segundo Cortes (2012, p.324),

Os trabalhos quantitativos caracterizam-se pelo aproveitamento de possibilidades de se proceder à mensuração de certos fenômenos ou variáveis em termos numéricos. [Assim], os números permitem a construção de descrições detalhadas, que podem ser organizadas em variáveis e enquadradas em modelos usados para testar possíveis relações entre elas e, desse modo, explicar certos fenômenos.

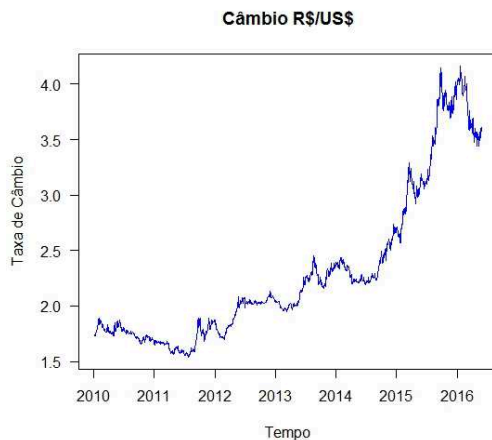
O dado trabalho acadêmico, fará uma breve introdução à análise de risco e sua importância quanto à mensuração de determinados ativos. Então, após esta introdução e apresentação dos instrumentos primordiais, serão tratados os modelos de volatilidade condicional, começando pelo EWMA, (*Exponentially Weighted Moving Average*), do qual possui um conceito que faz uso de “impulsos respostas” infinitos. Então, será adicionado ao trabalho os modelos autorregressivos de volatilidade heteroscedástica condicional. Dentre eles temos o, ARCH (*Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*) e o GARCH (*Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*). A partir desse ponto, serão introduzidos variações do modelo GARCH, que buscam uma aplicação apenas em determinadas situações. São eles o EGARCH e o GJR-GARCH.

Após a fundamentação teórica dos aspectos de cada tipo de volatilidade e seus principais modelos, esta seção consiste no estudo empírico de estimação dos modelos e comparação entre cada um de acordo com a análise de valor em risco. Na seção 3.1 serão apresentadas as séries estudadas: o índice IBOVESPA, da Bolsa de Valores de São Paulo - BM&FBovespa, a taxa de câmbio, e o índice de preços ESALQ/CEPEA para a soja em grão. Já na seção 3.2, os modelos de volatilidade serão estimados, enquanto que na seção 3.3 serão feitas as comparações pelo método de *backtest* valor em risco paramétrico.

### 3.1 DESCRIÇÃO DOS DADOS

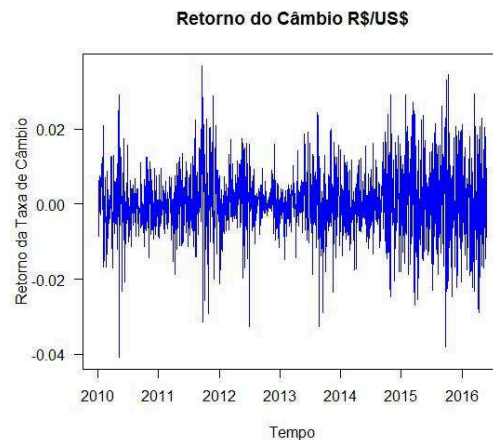
Nesta seção será apresentada a discussão dos resultados da análise da volatilidade do retorno da taxa de câmbio, índice Bovespa e do índice de soja do Paraná, utilizando os modelos EWMA, GARCH, EGARCH e GJR-GARCH. Foram utilizadas séries temporais, com observações diárias, de 04 de janeiro de 2010 até 31 de maio de 2016. Alguns fatos anteriores e contemporâneos ao período marcaram o decorrer dos níveis, como por exemplo a crise imobiliária dos *subprimes* americanos, e a crise política e econômica que se alastrou pelo Brasil.

As figuras a seguir ilustram as tendências de cada série temporal e os seus respectivos retornos diários da taxa de câmbio, índice Bovespa e índice de soja do Paraná, respectivamente. Nas Figuras 1, 3 e 5, notamos que as séries não são estacionárias, por apresentarem fortes oscilações e tendências em vários períodos do tempo. Comumente têm-se a utilização dos retornos diários para a medição do risco, como ilustrado nas Figuras 2, 4 e 6.



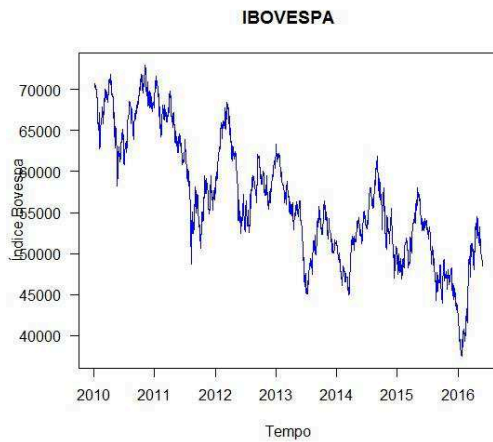
**Figura 2** Câmbio R\$/US\$ em nível

**Fonte:** Elaboração Própria



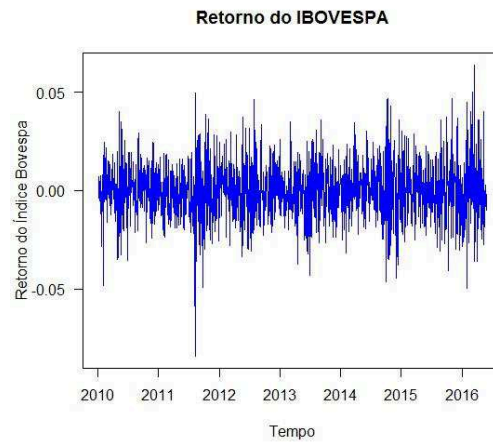
**Figura 3** Retornos do Câmbio R\$/US\$

**Fonte:** Elaboração Própria



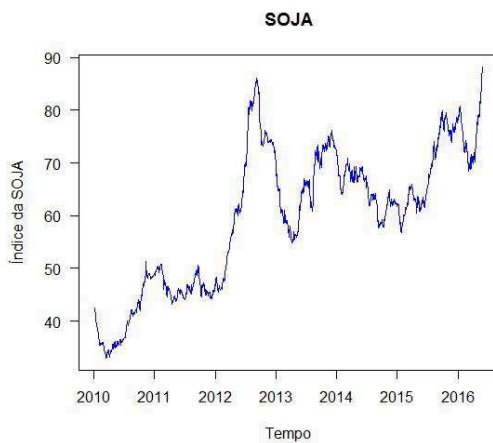
**Figura 4** Índice Bovespa em nível

**Fonte:** Elaboração Própria



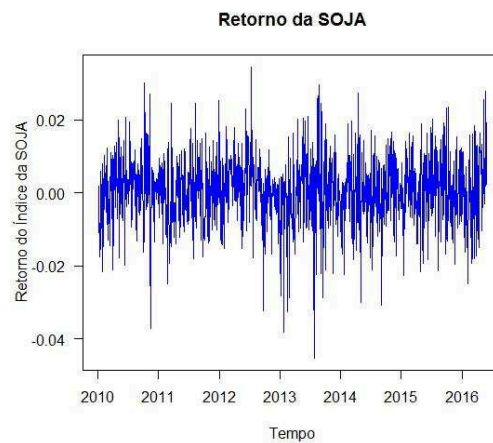
**Figura 5** Retornos do Índice Bovespa

**Fonte:** Elaboração Própria



**Figura 6** Índice da Soja do Paraná (CEPEA/ESALQ)

**Fonte:** Elaboração Própria



**Figura 7** Retornos do Índice da Soja do Paraná (CEPEA/ESALQ)

**Fonte:** Elaboração Própria

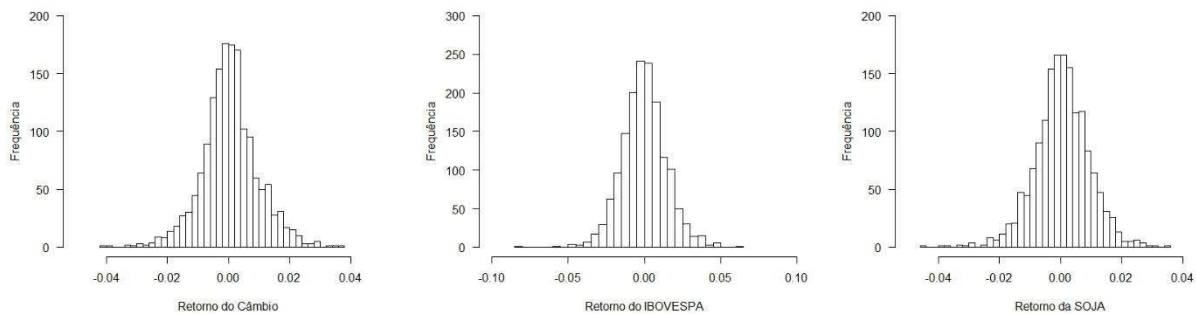
Na Tabela 1, pode-se verificar pelos resultados do teste Jarque Bera (1987) que a série não apresenta normalidade, visto que o dado p-valor, em todas as três séries é inferior à 0,05. Para a série de retornos do câmbio notamos uma assimetria negativa de grau fraco com valor modal inferior à 0,15, enquanto que para as séries de retorno do índice Bovespa e índice de soja do Paraná, temos uma assimetria positiva de grau moderado e uma assimetria negativa de grau moderado, respectivamente, definido pelo coeficiente de Pearson superior à  $|0,15|$  e inferior à  $|1|$ . De acordo com a dada estatística descritiva, todas as três séries apresentam uma formação plateocúrtica, que vai de encontro com a proposta comumente abordada da qual

séries financeiras tendem a apresentar observações leptocúrticas, as séries podem ser analisadas pelo histograma de seus retornos, conforma a Figura 7.

**Tabela 1** Estatística Descrita dos Retornos de: Taxa de Câmbio, Índice Bovespa e Índice de Soja do Paraná (CEPEA/ESALQ).

	Retornos Câmbio	Retornos IBOVESPA	Retornos Soja
Observações	1.598	1.572	1.599
Máximo	0,03687	0,06387	0,03449
Mínimo	-0,04084	-0,08431	-0,04534
Soma	0,7424635	-0,4240538	0,7249324
Média	0,0004646	-0,0002698	0,0004534
Mediana	0,0003841	-0,0005821	0,0005481
Desvio Padrão	0,009199546	0,01464819	0,008896863
Assimetria	-0,007075396	0,02392475	-0,2333451
Curtose	1,277487	1,384178	1,367473
Jarque Bera	109,5891	126,6593	140,1241
p-valor	2,2e-16	2,2e-16	2,2e-16

**Fonte:** Elaboração própria.



**Figura 8** Histograma dos retornos das séries de Câmbio, Ibovespa e Soja, respectivamente.

**Fonte:** Elaboração própria

Na Tabela 2, encontram-se os testes de estacionariedade dos retornos das estudadas séries temporais. Utilizou-se os testes de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) proposto inicialmente por Dickey e Fuller (1979), o teste Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS) proposto por Kwiatkowski et al. (1992) e o teste Phillips-Perron (PP), proposto por Phillips e Perron (1988). Para os testes ADF e PP, a rejeição da hipótese nula e aceitação da hipótese

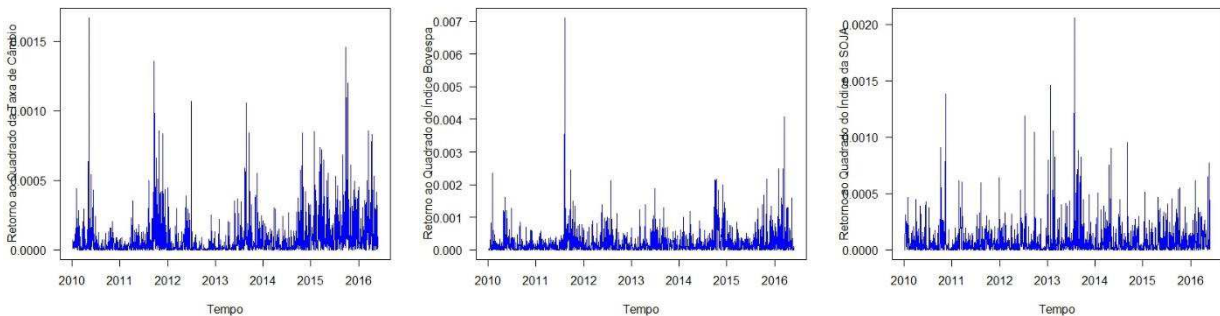
alternativa, representa que a série é estacionária, já no teste KPSS, a rejeição da hipótese alternativa e aceitação da hipótese nula, representa que a série é estacionária. Consequentemente, temos que em todos os três testes propostos, todas as séries apresentam estacionariedade ao nível de retornos.

**Tabela 2** Testes de Estacionariedade dos retornos do Câmbio, Ibovespa e Soja do Paraná.

	Retorno do Câmbio	Retorno do IBOVESPA	Retorno da Soja
Dickey-Fuller Aumentado (ADF)	-10,76*	-11,18*	-9,40*
Phillips-Perron (PP)	-1.524,2*	-1.523,8*	-1.349,6*
Kwiatkowski et All. (KPSS)	0,20724	0,19671	0,094131

**Fonte:** Elaboração própria.

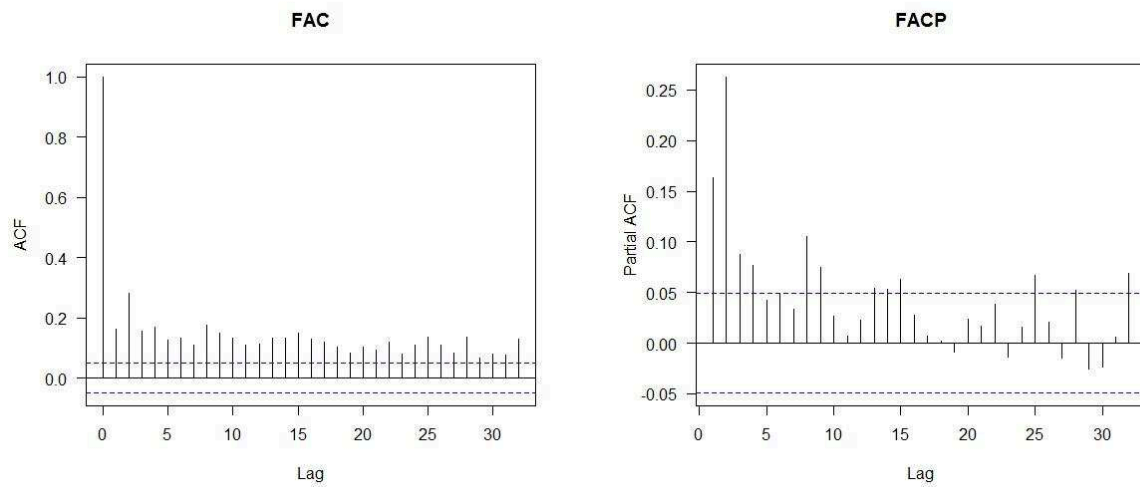
À fim de determinar a necessidade de estimação de um modelo a partir da volatilidade heteroscedastica condicional, estimamos os retornos ao quadrado de cada série, conforme a Figura 8 sugere, e procurando por aglomerações de variância, confirma-se a presença de “*volatility clusterings*” da qual a literatura financeira sugere, onde altos retornos são seguidos por altos retornos.



**Figura 9** Retornos ao Quadrado das séries de câmbio, Ibovespa e Soja do Paraná, respectivamente.

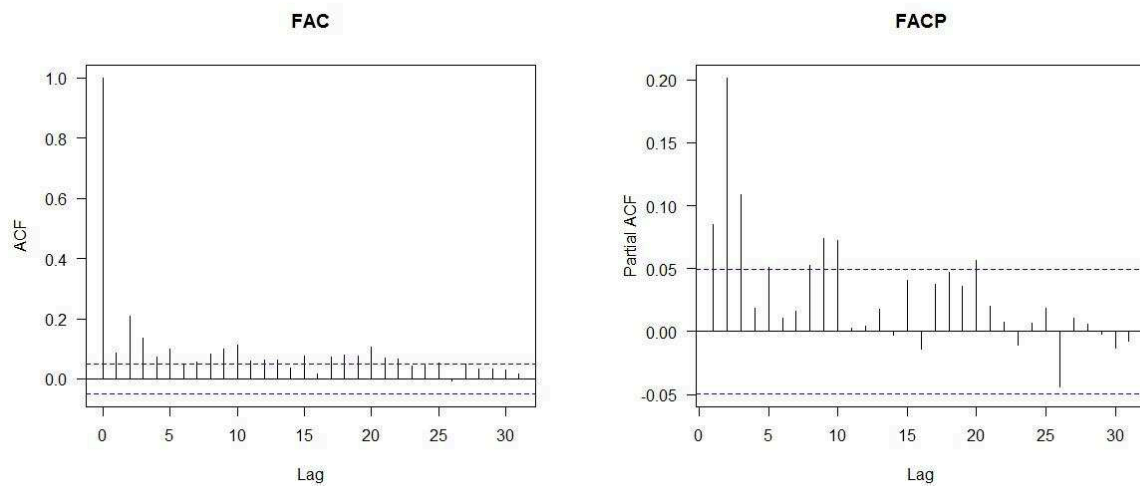
**Fonte:** Elaboração própria

Após a visualização de tal fato, podemos pressupor uma existência de autocorrelação por entre as defasagens de cada série. Para comprovar tal fato, é necessário estimar as Funções de Autocorrelação e de Autocorrelação Parcial (FAC e FACP), da qual indicam a quantidade de parâmetros autorregressivos e parâmetros de médias-móveis necessários, conforme indicado nas Figuras 9, 10 e 11.



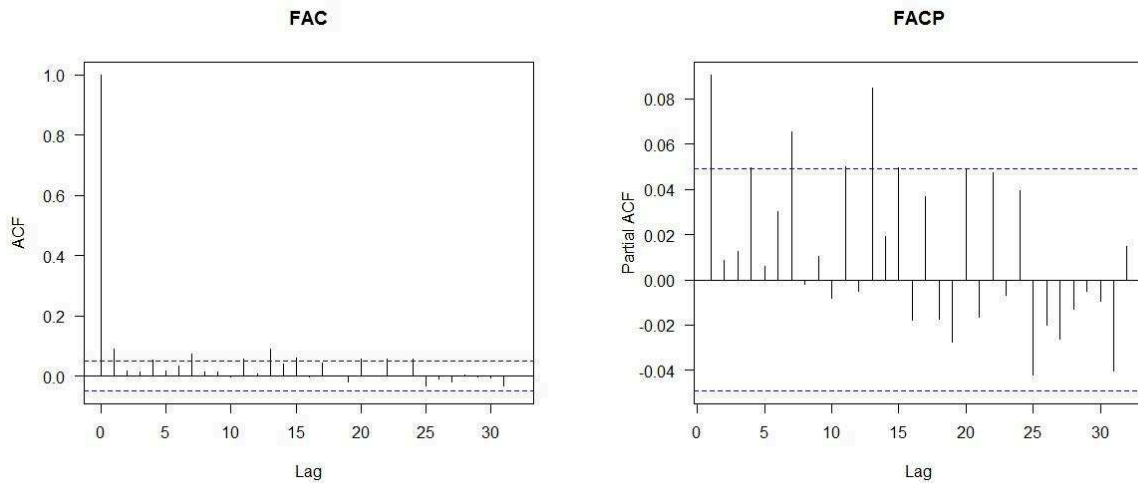
**Figura 10** FAC e FACP para os Retornos ao Quadrado da Taxa de Câmbio.

**Fonte:** Elaboração própria.



**Figura 11** FAC e FACP para os Retornos ao Quadrado do Índice Bovespa.

**Fonte:** Elaboração própria.



**Figura 12** FAC e FACP para os Retornos ao Quadrado do Índice da Soja do Paraná.

**Fonte:** Elaboração própria.

Concluindo com a análise, temos que os retornos de todas as três séries possuem autocorrelação em pelo menos uma defasagem, de forma que se nota empiricamente a presença dos agrupamentos de volatilidade em todas as três séries de retornos o que justifica a utilização de ao menos uma defasagem autorregressiva dentro dos modelos.

### 3.2 ESTIMAÇÃO DOS MODELOS DE VOLATILIDADE

Para se estimar o melhor modelo para a volatilidade determinística das séries, utilizaremos 3 critérios estatísticos, o critério de Akaike (AIC), o critério de informação Bayesiano (BIC) e a máxima log-verossimilhança ( $\ln(L)$ ). O *benchmark* para estes testes é dado pelo qual os menores valores para os critérios AIC e SBC serão escolhidos, enquanto que para o  $\ln(L)$  será escolhido de acordo com o modelo que apresentar o maior valor.

As Tabelas 3, 4 e 5 apresentam os resultados da estimação dos modelos de volatilidade do retorno de cada uma das respectivas séries. Para a Tabela 3, que condiz aos retornos da taxa de câmbio, o modelo EGARCH(1,1) apresentou todos seus parâmetros com *p-valor* inferior à 0,05 inclusive o parâmetro  $\gamma$ , abrindo a possibilidade de existência de assimetria na série em estudo. Outro destaque é para o fato de que o somatório dos parâmetros  $\alpha$  e  $\beta$  no



modelo EGARCH(1,1) é igual à 1,047611. Já no modelo GJR-GARCH(1,1) os parâmetros também possuem significância, à não ser a constante  $\alpha_0$ , do qual apresenta elevado *p-valor* (0,4829), porém, o parâmetro  $\gamma$  corrobora com o fato da existência de assimetria, que pode ser capturada pelo modelo. Ao avaliar os três modelos, pela significância local, em cada parâmetro, acredita-se que o EGARCH(1,1) seja capaz de explicar de melhor forma o câmbio, comparado em relação aos outros modelos de volatilidade heteroscedástica condicional.

**Tabela 3** Resultado da Estimação da Volatilidade do Retorno para a Taxa de Câmbio

	EWMA	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	GJR-GARCH(1,1)
$\lambda$	0,921756***			
$\alpha_0$		0,000001	-0,191123***	0,000001
$\alpha_1$		0,099819**	0,067715***	0,129133***
$\beta_1$		0,89324***	0,979896***	0,908927***
$\gamma_1$			0,159215***	-0,098273***
$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j$		0,993059	1,047611	1,03806
AIC	-6,7426	-6,7563	-6,7742	-6,773
SBC	-6,7392	-6,7429	-6,7574	-6,7561
Ln(L)	5388,337	5402,293	5417,612	5416,602

**Fonte:** Elaboração própria.

Para a tabela 4, foram definidos modelos com defasagens iguais à 2, tanto para  $q$  quanto para  $p$ . O modelo GARCH(2,2) apresentou uma falta de significância em  $\alpha_1$  podendo representar em retornos inversos na primeira defasagem, que por sua vez o sinal retorna na segunda defasagem. No modelo EGARCH(2,2) verifica-se novamente a mesma falta de significância na primeira defasagem, comprovado pelo parâmetro  $\gamma_1$ , que por sua vez, torna-se significativo em  $\gamma_2$ , demonstrando a possibilidade de se modelar utilizando parâmetros de assimetria no índice Bovespa do qual podemos corroborar a partir do modelo GJR-GARCH(2,2).

**Tabela 4** Resultado da Estimação da Volatilidade do Retorno para o Índice Bovespa

	EWMA	GARCH(2,2)	EGARCH(2,2)	GJR-GARCH(2,2)
$\lambda$	0,945478***			
$\alpha_0$		0,000013***	-0,26931***	0,000008***
$\alpha_1$		0,015333	-0,035146	0,000001
$\alpha_2$		0,104139***	-0,08841***	0,019761
$\beta_1$		0,347001**	0,400449***	0,319959**
$\beta_2$		0,474693***	0,567587***	0,544988***
$\gamma_1$			-0,027055	0,026064
$\gamma_2$			0,198245***	0,139525***
$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j$		0,941166	0,84448	0,884709
AIC	-5,6709	-5,6881	-5,7050	-5,7083
BIC	-5,6675	-5,6676	-5,6777	-5,6810
Ln(L)	4458,357	4476,828	4492,101	4494,714

**Fonte:** Elaboração própria.

Ao se analisar os resultados da estimação de acordo com a Tabela 5, referente ao Índice de Soja do Paraná, o modelo GARCH(1,2) é capaz de explicar suficientemente bem a variância condicional levando em conta a presença de significância local em todos seus parâmetros. Ademais, nos modelos EGARCH(2,1) e GJR-GARCH(2,2) deve-se utilizá-los com certo pudor, por conta de que determinados parâmetros não são significantes, e dentro os dois modelos prefere-se auferir o EGARCH(2,1) apesar do alto *p-valor* de  $\gamma_2$ .

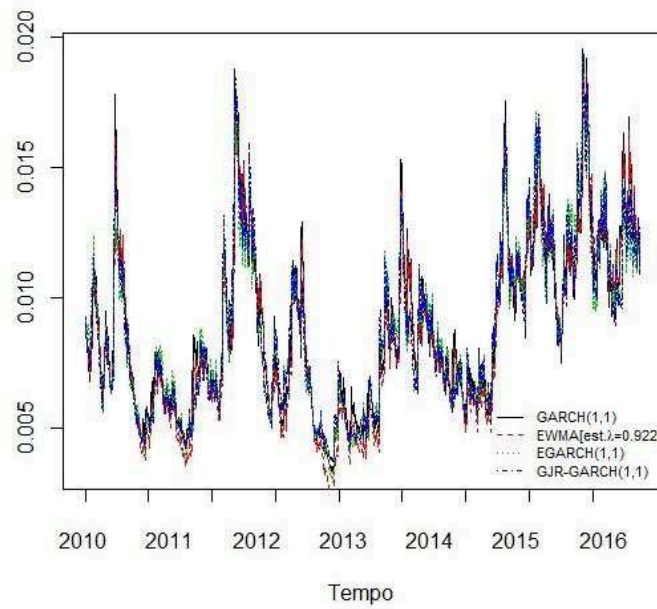
**Tabela 5** Resultado da Estimação da Volatilidade do Retorno para o Índice de soja do Paraná

	EWMA	GARCH(1,2)	EGARCH(2,1)	GJR-GARCH(2,2)
$\lambda$	0,994344***			
$\alpha_0$		0,000009***	-0,684911***	0,000005***
$\alpha_1$		0,083989***	-0,092551**	0,035130
$\alpha_2$			0,084490**	0,016411
$\beta_1$		0,428928**	0,927309***	0,854993***
$\beta_2$		0,3773756**		0,029908
$\gamma_1$			0,177523**	0,135007***
$\gamma_2$			-0,054764	-0,132534***
$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j$		0,886673	0,919248	0,936442
AIC	-6,6011	-6,6255	-6,6269	-6,6269
SBC	-6,5977	-6,6087	-6,6033	-6,6
Ln(L)	5278,575	5302,117	5305,178	5306,239

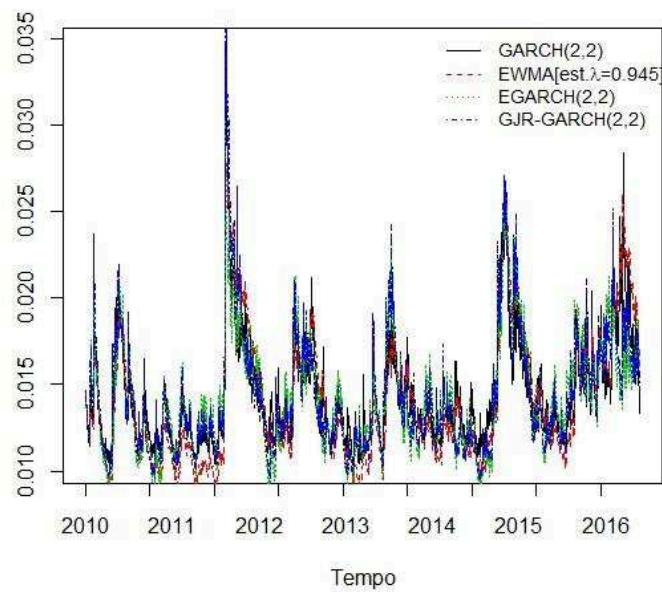
**Fonte:** Elaboração própria.

Após análises em cada tabela de resultados de estimação podemos concluir que os modelos que mais adéquam a modelagem da volatilidade da série de retornos do Câmbio, Índice Bovespa e Soja do Paraná, são os modelos EGARCH(1,1), EGARCH(2,2) e EGARCH(2,1), respectivamente.

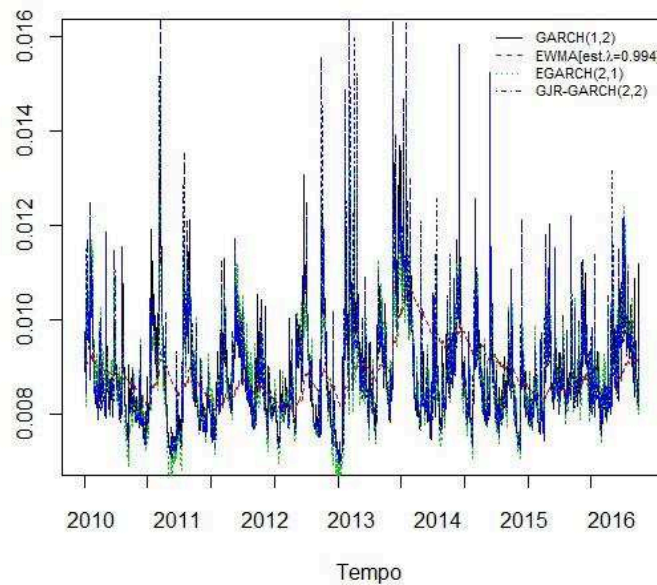
Os desvios-padrões condicionais estimados, podem ser visualizadas nas Figuras 12, 13 e 14, para as séries de retorno do câmbio, índice Bovespa e índice da soja do Paraná, respectivamente.



**Figura 13** Desvio Padrão Condicional para os modelos estimados da Taxa de Câmbio  
**Fonte:** Elaboração própria.



**Figura 14** Desvio Padrão Condicional para os modelos estimados do índice Bovespa  
**Fonte:** Elaboração própria.



**Figura 15** Desvio Padrão Condicional para os modelos estimados do índice de soja  
**Fonte:** Elaboração própria.

### 3.3 BACKTEST PARA O VALOR EM RISCO DOS MODELOS DE VOLATILIDADE

O valor em risco pode ser entendido como a maior perda que um agente espera incorrer sobre uma aplicação de investimento com uma dada probabilidade, ou nível de confiança. Como regra geral, se emprega um nível de confiança de 95% (J.P. Morgan Bank, 1999), contando-se a quantidade de exceções fora dos limites de confiança estabelecidos pelo VaR.

Na comparação dos modelos empregados neste estudo, será empregado o VaR paramétrico, de forma a utilizar como uma medida de desempenho de cada modelo em proporcionar intervalos sobre as possíveis perdas dos agentes. No melhor modelo de volatilidade espera-se um valor em risco estreito e que tenha o menor número de violações sobre os limites previstos.

Na Tabela 6 estão descritos o valor em risco para os modelos de volatilidade estimados na seção anterior para os retornos sobre a taxa de câmbio diária. Já na Tabela 7, encontra-se descrito o valor em risco para os modelos do índice Bovespa. E na Tabela 8, para os modelos

do índice de soja do Paraná. Na elaboração do valor em risco, assume-se a distribuição normal utilizando os valores p-quantis da distribuição normal.

**Tabela 6** Valor em Risco para Modelos de Retorno da Taxa de Câmbio Diária.

Modelo	Quantidade de Violações	Porcentagem de Violações
EWMA	36	0,022528
GARCH(1,1)	29	0,018148
EGARCH(1,1)	32	0,020025
GJR-GARCH(1,1)	33	0,020651

**Nota:** Nível de confiança de 95% - Porcentagem de violações esperadas é de 5%

**Fonte:** Elaboração Própria

Para os modelos do câmbio, descritos na Tabela 6, temos que o GARCH(1,1) apresenta a menor quantidade de violações inferiores, possuindo um desempenho sobre seus concorrentes que chegam à ter 36 violações, como no caso do EWMA, contra 29 violações do GARCH, cabe ressaltar que qualquer um dos quatro modelos encontra-se abaixo da quantidade de violações esperadas, tornando-se aptos à realizar previsões de valor em risco.

**Tabela 7** Valor em Risco para Modelos de Retorno do Índice Bovespa Diário.

Modelo	Quantidade de Violações	Porcentagem de Violações
EWMA	48	0,030534
GARCH(2,2)	36	0,022901
EGARCH(2,2)	35	0,022265
GJR-GARCH(2,2)	36	0,022901

**Nota:** Nível de confiança de 95% - Porcentagem de violações esperadas é de 5%

**Fonte:** Elaboração Própria

Enquanto que para a Tabela 7, do qual descreve as violações do Ibovespa diário, o modelo GARCH(2,2) apresenta o melhor *benchmark* em relação aos seus concorrentes, apresentando apenas 2,29% de violações sobre o universo de observações. Ressalta-se que todos os quatro modelos também apresentam violações abaixo do esperado.

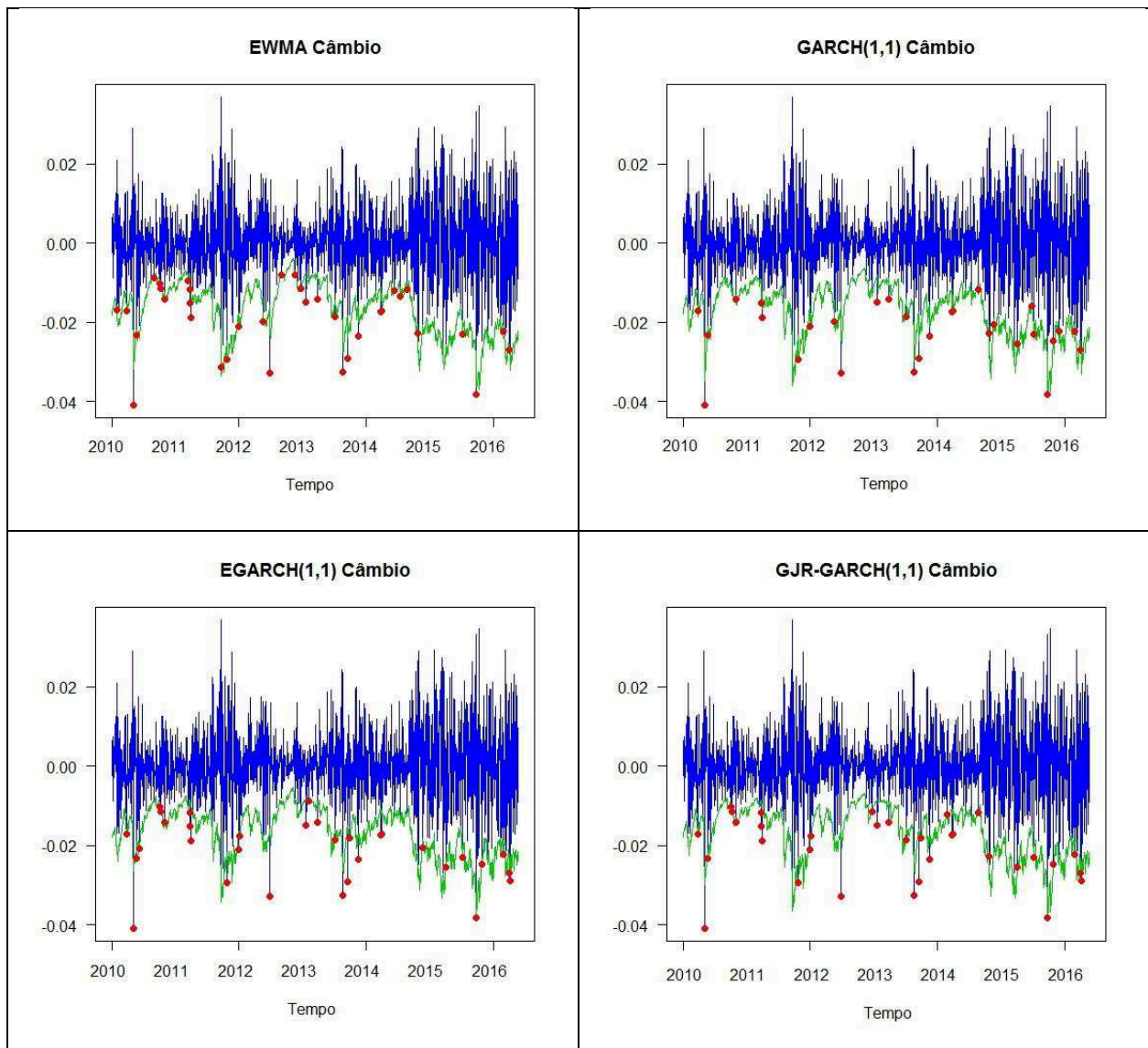
**Tabela 8** Valor em Risco para Modelos de Retorno do Índice de Soja do Paraná Diário.

Modelo	Quantidade de Violações	Porcentagem de Violações
<b>EWMA</b>	43	0,026892
<b>GARCH(1,2)</b>	47	0,029393
<b>EGARCH(2,1)</b>	50	0,03127
<b>GJR-GARCH(2,2)</b>	51	0,031895

**Nota:** Nível de confiança de 95% - Porcentagem de violações esperadas é de 5%

**Fonte:** Elaboração Própria

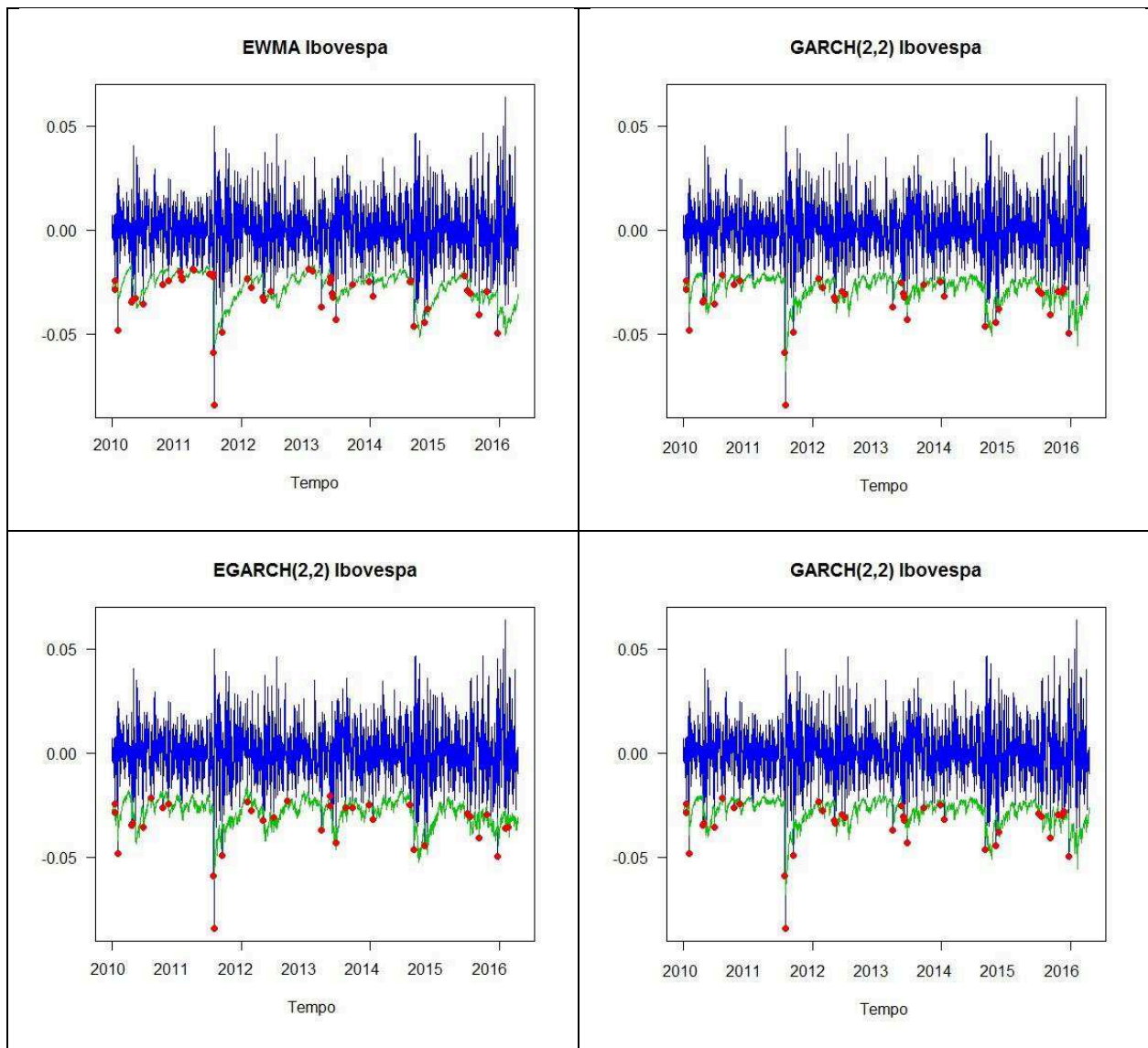
Por fim, a Tabela 8 demonstra as violações para o índice de soja do Paraná. Apesar de um pouco menos precisa, todos os quatro modelos são capazes de estimar as violações esperadas com sucesso, cabendo uma ressalva ao modelo EWMA do qual possui certa discrepância em relação aos concorrentes, conforme demonstrado na Figura 15 referente ao EWMA Soja, muito provavelmente por conta de um coeficiente  $\lambda$  elevado.



**Figura 16** Violações para os Retornos da Taxa de Câmbio Diária

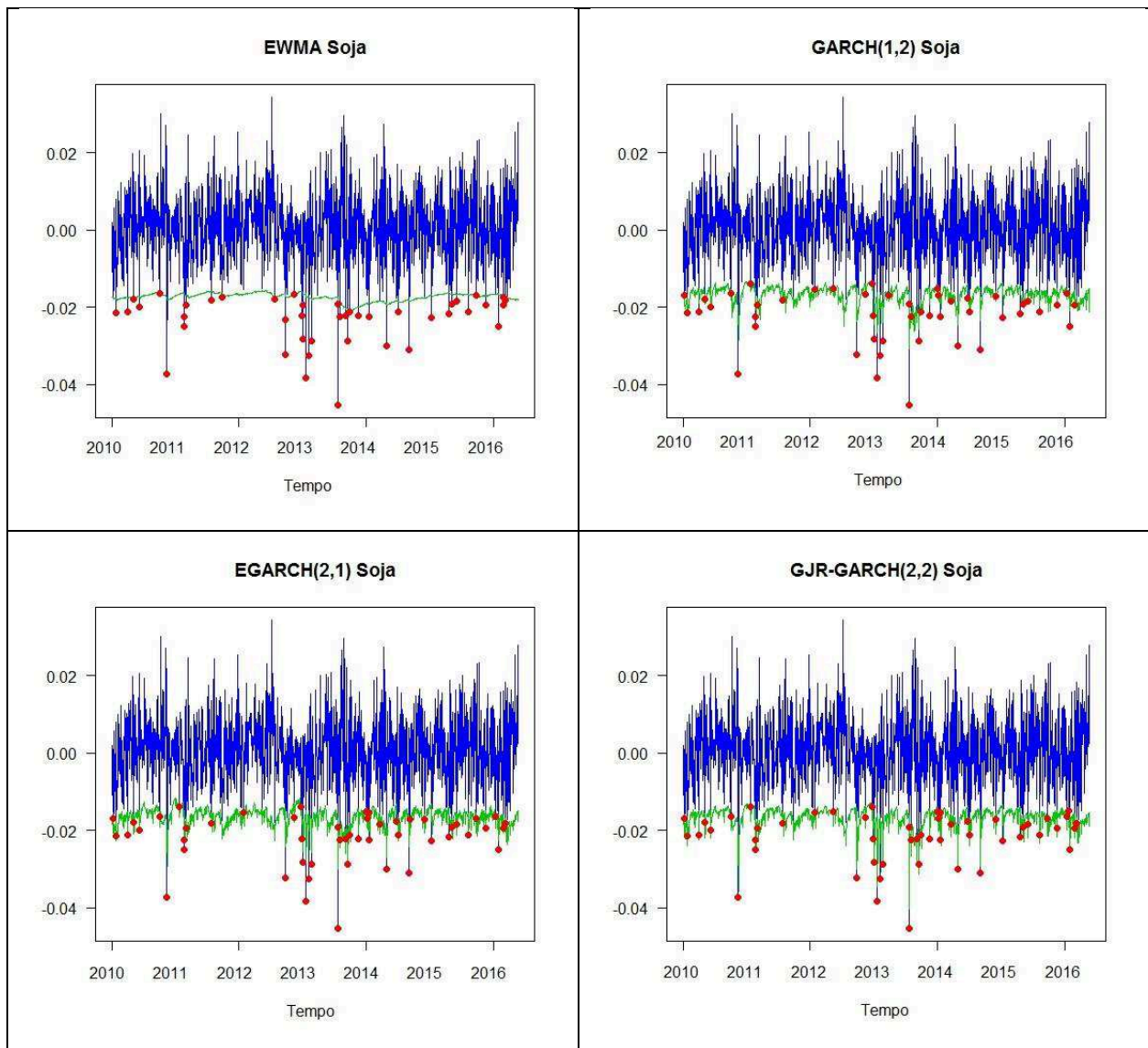
**Fonte:** Elaboração própria.





**Figura 17** Violações para os Retornos do Índice Bovespa Diário

**Fonte:** Elaboração própria.



**Figura 18** Violações para os Retornos do Índice de Soja do Paraná Diário.

**Fonte:** Elaboração própria.

#### 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste dado trabalho, foi determinado o valor em risco paramétrico da taxa de câmbio, índice Bovespa e índice de soja do Paraná (ESALQ/CEPEA), e avaliados a partir de modelos estatísticos distintos. Os resultados obtidos indicam que a adoção de modelos de volatilidade, uma vez que bem especificados, possuem todo o necessário para gerir o risco em dada série temporal dentro da metodologia valor em risco. A partir dos resultados empíricos obtidos, todos os modelos especificados neste trabalho, sejam eles da família GARCH, ou não, obtiveram grau de violações inferior ao proposto de 5%.

Em nenhum dos casos, os modelos EGARCH e GJR-GARCH apresentaram vantagens impactantes sobre os modelos EWMA e GARCH, de forma que podemos concluir que a presença de assimetria nos retornos positivos e negativos é pouco significativa para as questões relacionadas à metodologia valor em risco. A resposta para esta questão, pode, em grande medida estar relacionada ao período de instabilidade política, visivelmente presente nas séries de taxa de câmbio e índice Bovespa a partir do segundo semestre de 2015.

Apesar do modelo GARCH(1,1) estimado para a taxa de câmbio apresentar menor proporção de violações em relação ao total de amostra, o modelo EGARCH(1,1) estimado possui todos seus parâmetros com grau de significância de maior que 99%. Além disto, podemos observar que todos os critérios de seleção indicam o EGARCH(1,1) como sendo o modelo mais indicado para a série em questão.

Para a série de dados do índice Bovespa, o modelo GARCH(2,2) apresenta a menor quantidade de violações para a metodologia valor em risco, todavia, ao analisarmos os parâmetros um à um, ao se ignorar a falta de significância na primeira defasagem (que o ocorre em todos os três modelos da família GARCH), percebe-se que o modelo GJR-GARCH(2,2) apresenta insignificância para o parâmetro  $\alpha$  da segunda defasagem, porém, seus resultados de critérios de seleção possuem uma leve vantagem em relação aos outros modelos.

O modelo EWMA estimado para a série de dados do índice de soja do paraná (ESALQ/CEPEA) apresenta uma enorme divergência em relação aos modelos da família GARCH para com a variância condicional estimada. Apesar deste fato, o modelo EWMA é o que possui a menor quantidade de violações no valor em risco paramétrico, consequência do

fato de possuir um elevado valor de  $\lambda$ , que não condiz com a especificação correta do modelo. Fato este demonstrado pela menor pontuação para todos os critérios de seleção, em relação aos seus concorrentes da família GARCH. Para os modelos da família GARCH, temos que o modelo GARCH(1,2) apresenta a menor quantidade de violações apesar de que os critérios de seleção são confusos sobre qual modelo deve-se utilizar. Ao prestar as devidas atenções aos parâmetros, nota-se que para o modelo GARCH(1,2) todos os parâmetros apresentam significância, diferentemente de seus concorrentes EGARCH(2,1) e GJR-GARCH(2,2), o que nos sugere que o modelo correto para esta série, levando em conta todos os fatos é o GARCH(1,2), apesar do fato do EWMA possuir menor quantidade de violações.

## REFERÊNCIAS

- ASSAF NETO, A. **Mercado financeiro**. 10. Ed. - São Paulo: Atlas, 2011;
- ALEXANDER, CAROL. **Modelos de Mercado: Um Guia para a Análise de informações Financeiras/Carol Alexander**; tradução José Carlos de Souza Santos. – São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuros, 2005;
- BODIE, Zvi; KANE, Alex; MARCUS, Alan J. **Fundamentos de Investimentos**. Tradução de Robert Brian Taylor. 3ª ed. Porto Alegre: Bookman, 2000;
- RIBEIRO, Bruno Passos Spínola. **Modelagem e previsão de volatilidade para o setor siderúrgico brasileiro: volatilidade estocástica versus determinística** / Bruno Passos Spínola. - Porto Alegre, 2009;
- BODIE, Z.; KANE, A.; MARCUS, A. **Investments**. New York : Orwin/McGraw-Hill, 1999. p. 967;
- BOLLERSLEV, T. (1986). *Generalized autoregressive conditional heteroscedasticity*. Journal of Econometrics **31**: 307-327;
- CAMPBELL, J.Y., Lo, A. and MacKinlay, A. C. (1997). The Econometrics of Financial;
- DUARTE, A. **Risco: definições, tipos, medição e recomendações para seu gerenciamento**. São Paulo: Bolsa Mercantil e de Futuros, 1996. p. 25-33. (Resenha BM&F, 114);
- ELDER; Alexander. **Como se tornar um Operador e Investidor de Sucesso**. 1ª edição na língua original ("Trading for a Living") 1993. Edição traduzida Campus Elsevier 2004 pág. 5;
- ENGLE, R, F. (1982). *Autoregressive conditional heteroscedasticity with estimates of variance of U.K. inflation*, Econometrica 50: 987-1007;
- ENGLE, R, F (2004). *Risk And Volatility: Econometric Models And Financial Practice*, American Economic Review;
- Esteves, P. (2003). **Modelling Taylor rule uncertainty: An application to the Euro area**. *Economic Modelling*, 21:561–572;
- EVNINE, J. (1988): **Estimating volatility. Portfolio insurance: a guide to dynamic hedging**. Wiley, New York;
- FORTUNA, Eduardo. **Mercado Financeiro: Produtos e Serviços**. 10 ed. Rio de Janeiro:Qualitymark, 1997;
- GARMAN, M.; KLASS, M. (1988): **On the estimation of security price volatilities from historical data**. *Journal of Business*, 53, pp. 67-78;
- GLOSTEN, L. R., JAGANNATHAN, R., & RUNKLE, D. E. (1993). **On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks**. *The Journal of Finance*, 48, 1779-1801;
- J de Oliveira, SF Maia (2010), **Modelagem Da Volatilidade Determinística No Mercado De Derivativo Do Boi Gordo**, XXXII ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, Bento Gonçalves, RS, Brasil;

- J Hull, A White, **The pricing of options on assets with stochastic volatilities**, *Journal of Finance*, 1987;
- J.P.MORGAN & CO. **Risk Metrics<sup>TM</sup> – Technical Document**. 4 th ed., New York, 1994;
- KIMURA, H. et al. **Value-at-risk - como entender e calcular o risco pelo var: uma contribuição para a gestão no Brasil**. Ribeirão Preto: Inside Books, 2008;
- Makridakis, S. G., Wheelwright, S. C., & Hyndman, R. J. (1998). **Forecasting: Methods and Applications**. *John Willey & Sons, New York*;
- MARQUES, Sandro. **Modelo para seleção de ações e otimização de carteiras de investimento no mercado de ações brasileiro**. Curitiba, 2006. Dissertação (Mestrado em Administração); Pontifícia Universidade Católica do Paraná;
- NELSON, Daniel B. (1991). **Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach**. *Econometrica*, 1991, vol. 59, issue 2, pages 347-70;
- MORAIS, I. A. C. de; PORTUGAL, M. S. **Modelagem e Previsão de Volatilidade Determinística e Estocástica para a Série do Ibovespa**. Estudos Econômicos, v.29, n.3, p.303-341, 1999;
- PARKINSON, M. (1980): **The random walk problem**: extreme value method for estimating the variance of displacement, *Journal of Business*, 53, pp. 61-65;
- PINHEIRO, Juliano Lima. **Mercado de Capitais: Fundamentos e Técnicas**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2009;
- TSAY, R. **Analysis of financial time series**. 2 ed. John Wiley, 2005;